秋田県立大学総合科学研究彙報　第23号（2022）：７－16

教養数学の授業改善に向けたEMaT出題単元の分析

宮　本　雲　平

1　はじめに

EMaT（Engineering Mathematics Test：工学系数学統一試験）とは，大学工学部や高専（高等専門学校）の学生を主な対象として年に一度行われる数学の試験である [1].「微分積分」「線形代数」「確率統計」「常微分方程式」の４科目の試験（１科目 40 分）が用意されており，希望者は任意の科目を任意の数だけ選択し受験できる．2021 年度現在，受験料は無料で，学生は自身が所属する大学や高専が EMaT を導入していれば，自分の所属機関で受験することができ，詳細な成績表を受け取ることができる [1].

EMaT には優れた特徴が多くあるが，筆者が最も注目する点は，入念な調査に基づき選出された出題単元と問題の質の高さである．工学部で学ぶ主な数学には，微分積分，線形代数，確率統計，常微分方程式，ベクトル解析，複素関数，フーリエ解析，偏微分方程式などがある．EMaT はこれらの中の特に需要の高い４科目についての試験であり，その内容は全国 30 以上の教育機関の授業内容を精査した上で，共通して教えられている内容を厳選したものとなっている [1].

筆者の所属する秋田県立大学では，2017 年より EMaT を実施している．例年 12 月に実施される EMaT に先立ち，各科目に対して１回ずつの対策講座（90 分授業）と演習（90 分）を実施している．今までのところ，ピア・チューター制度を用いた学習相談室である「数学・物理駆けこみ寺」[3] のピア・チューターと希望する学部生・院生のみの受験であるため受験者数は多くないが，秋田県立大学における数学教育について考察する上で貴重なデータが蓄積しつつあり，今後の活用方法が検討されているところである．

EMaT の活用法は多岐にわたる．学生から見れば，学習目標を定める，全国レベルでの位置を知る，履歴書に書くなどがある．また，教育する側から見れば，EMaT の成績を単位へ読み替えたり，大学院入試科目の一部を免除したり，成績優秀者を表彰するなどして学生の基礎学力向上を促すことができる．

そんななか本稿で提案したいのは，大学教養数学を教える者が「EMaT の問題を知ることで，工業数学のグローバル・スタンダードを理解し，授業内容を見直す」という活用法である．

大学や高専の教員は研究者であるため，いわゆる教養数学（微分積分・線形代数・統計学）や常微分方程式を教えることにさほど困難はないであろう．しかし，教員によって理学・工学など様々な背景を持っており，殆どの場合数学教育のプロとは言い難い．しかも，大学・高専においては，高校教育のように標準化された検定教科書が存在しないため，講義内容や難易度は，前任者のものを踏襲したり，経験と勘によって決めることになる．

既述のように，EMaT で出題される単元は多くの大学で教えられている内容の「積集合」であり，難易度も最適化されている．したがって,「少なくともこれらの問題が解けるように教えなければならない」という明確な目標を設定してくれる．また，1 つの大学の授業でも科目によって難易度が大きく異なることも少なくないが，EMaT の試験は 4 科目の難易度が同程度に調整されているため，EMaT の難易度を目安に授業間の調整をすることもできる．

本稿は，筆者が秋田県立大学の EMaT 受験者に向けて行っている対策講座の配付資料に大幅に手を加えたものである．EMaT の 4 科目について，14 年分の出題内容を分析し，典型的な問題を列挙し，それらを解くのに必要な知識や出題の意図について考察している．

EMaT 運営部は全ての過去問・解答・解説を公開しているが [4]，量も多いので短時間で出題傾向や難易度を見極めるのは難しい．大学で数学を教える教員が本稿を読むことによって，各科目における全国のスタンダードを知り，授業改善に応用することを望む．

2　微分積分

微分積分における過去 14 年分の出題単元をまとめたのが表 1 である．なお，表 1 を作成するにあたり，1 つの大問が幾つかの独立した小問から構成されている場合には，その中から 1 つの単元を独断と偏見により選んである．この点は表 2，表 3，表 4 についても同様である．

微分積分については例年，大問が 5〜6 題出題される．ほぼ毎年出題されるのが，ロピタルの定理などを使って求める関数の極限，逆三角関数に関する微分や積分の計算，初等関数のマクローリン展開，累次積分や変数変換を用いて計算する 2 重積分の問題である．次いで多いのが，2 変数関数 $f(x,y)$ の極値問題，曲面 $z=f(x,y)$ の接平面，偏微分に関する合成関数の微分法，広義積分などである．

では，具体的に頻出単元の例題を挙げ，問題の意図を探っていく．本稿を通して，何れの例題も適当に改題してある．

例題 2.1 (2009，2010，2007)
次の極限を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{(x+1)\ln(x+1)-x}{x^2}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2-2x})$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\cos x}{x^2}$

(a) のようなロピタルの定理を用いて解く極限は必ず出題される．別解としては，$\ln(x+1)$ をマクローリン展開して解く方法もある．(b) は有理化することで不定形でなくなる極限である．(c) は挟み撃ちの原理を用いて解く問題である．挟み撃ちの原理の意味は理解しやすいが，筆者の経験から使いこなせる学生は多くない．

例題 2.2 (2013，2011)

(a) $\dfrac{\sin x}{1-x}$ を 3 次までマクローリン展開せよ．

(b) $4e^x-e^{-x}$ を 3 次までマクローリン展開せよ．

(a)(b) のような初等関数のマクローリン展開は必ず出題される．ここで，注意すべきは次の 3 点である：(i) 出題されるのは必ず原点周りのテイラー展開（マクローリン展開）である；(ii) 剰余項の扱いは出題されない；(iii) 幾つかの初等関数のマクローリン展開を組み合わせる必要がある．

(iii) が意味するところは次のようなことである．(a) において，$f(x)=\frac{\sin x}{1-x}$ と置き，公式 $f(x)=f(0)+f'(0)x+\cdots$ に当てはめると計算は煩雑になる．それより，$\sin x$ と $(1-x)^{-1}$ のマクローリン展開を個別に行い，それらの積を計算する方が計算量が少なくて済む．別解として，上述の式を $(1-x)f(x)=\sin x$ と変形してから両辺を微分して $f^{(n)}(0)$ $(n=1,2,3)$ を得る方法もあるが，そこまでは求められていないようである．

表 1: 微分積分の出題単元．

年度	第 1 問	第 2 問	第 3 問	第 4 問	第 5 問	第 6 問
2007	極限	数 Ⅲ	逆三角関数	重積分	その他	極値問題
2008	極限	級数展開	数 Ⅲ	逆三角関数	接平面	重積分
2009	極限	逆三角関数	数 Ⅲ	接平面	偏微分	重積分
2010	極限	逆三角関数	逆三角関数	偏微分	重積分	—
2011	極限	級数展開	逆三角関数	重積分	—	—
2012	極限	逆三角関数	級数展開	数 Ⅲ	偏微分	重積分
2013	極限	級数展開	逆三角関数	数 Ⅲ	極値問題	重積分
2014	極限	逆三角関数	級数展開	逆三角関数	極値問題	重積分
2015	極限	偏微分	逆三角関数	接平面	重積分	—
2016	極限	数 Ⅲ	逆三角関数	偏微分	重積分	その他
2017	極限	数 Ⅲ	数 III	級数展開	偏微分	重積分
2018	極限	逆三角関数	逆三角関数	偏微分	重積分	—
2019	極限	級数展開	逆三角関数	偏微分	重積分	—
2020	逆三角関数	極限	接平面	重積分	数 III	—

例題 2.3 (2015，2008)

(a) $\int_0^{1/2}\frac{dx}{\sqrt{x(2-x)}}$ $(t=x-1)$ を求めよ．

(b) $f(x,y)=\tan^{-1}\dfrac{y}{x}$ について，曲面 $z=f(x,y)$ の点 $(x,y,z)=(1,1,f(1,1))$ における接平面を求めよ．

これらは逆三角関数に関する問題である．(a) は広義積分であるが，その点はあまり意識せずに解ける．誘導として置換積分の変数変換が記されているので，それに則って変数変換を行うと $\int(1-t^2)^{-1/2}dt=\sin^{-1}t$ に帰着する．(b) は接平面を求める問題であるが，逆三角関数の微分を知らないと（導けないと）解けない問題である．このように，逆三角関数の問題は積分，微分に絡めて何らかの形で必ず出題される．

例題 2.4 (2010，2011)

(a) $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le x\}$ について $\iint_D\sqrt{x}dxdy$ を求めよ．

(b) $D=\{(x,y)|1\le x^2+y^2\le 4\}, f(x,y)=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ について $\iint_D\sqrt{1+f_x^2+f_y^2}\,dxdy$ を求めよ．

(a) は誘導付きで累次積分に帰着させる 2 重積分の問題である．(b) の積分は曲面 $z=f(x,y)$ の面積に相当するが，そのような問題の背景は知らなくても解ける．f_x,f_y を計算し被積分関数へ代入すると，$\iint_D(R^2-x^2-$

$y^2)^{-1/2}dxdy$ に帰着するので，極座標に変換して計算する．このように，2 重積分は累次積分と変数変換が確実にできるようになっておく必要がある．

EMaT の 4 教科の中で微分積分と確率統計は高校数学とオーバーラップがある．しかし，特筆すべきなのは，EMaT の微分積分において，高校数学の知識のみで解けてしまう問題が出題されることは極めて稀であるという点である．

これは，大学初年時における「微分積分」「解析学」といった授業において，多くの時間が高校数学の復習に当てられていることへの警鐘と見ることもできる．大学で学ぶ 1 変数の微分積分のなかで高校で学習しない内容は，ロピタルの定理・テイラー展開・逆三角関数・広義積分などごく限られた単元だけであるが，本来，大学の授業ではこれらを重点的に学習すべきであり，EMaT はその点を十分考慮して作られていると考えることができる．

3　線形代数

線形代数における過去 14 年分の出題単元をまとめたのが表 2 である．

例年，大問が 4~5 題出題される．ほぼ毎年出題されるのが，3×3 行列や 4×4 行列の行列式と逆行列，行列を用いた連立方程式の解法，ベクトルの線形独立性，固有値・固有ベクトルの問題である．次いで多いのが，内積などのベクトルの演算 [2]，部分空間に関する問題である．線形写像や，ベクトルの正規直交化が出題されることもある．

例題 3.1 (2011)
次の行列式を求めよ．

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \tag{1}$$

表 2: 線形代数の出題単元．

年度	第 1 問	第 2 問	第 3 問	第 4 問	第 5 問
2007	行列式	行列の演算	ベクトル	固有値問題	—
2008	逆行列	行列式	部分空間	固有値問題	固有値問題
2009	逆行列	連立方程式	線形独立性	固有値問題	—
2010	行列式	連立方程式	線形独立性	固有値問題	—
2011	行列式	線形独立性	部分空間	固有値問題	—
2012	行列式	線形独立性	連立方程式	連立方程式	固有値問題
2013	行列式	逆行列	連立方程式	線形独立性	固有値問題
2014	行列式	連立方程式	線形独立性	線形写像	固有値問題
2015	行列式	逆行列	線形独立性	連立方程式	固有値問題
2016	固有値問題	線形独立性	逆行列	連立方程式	行列式
2017	ベクトル	連立方程式	行列式	固有値問題	行列の演算
2018	ベクトル	行列式	連立方程式	線形写像	固有値問題
2019	線形写像	ベクトル	固有値問題	連立方程式	—
2020	行列式	線形独立性	部分空間	正規直交化	固有値問題

4×4 行列の行列式を求める問題である．行列式の問題は高々 4×4 行列のものを求める問題しか出ないので，余因子展開法による計算で十分である．

線形代数の教科書は行列式の扱い方，つまり，置換を用いた最も基本的な定義を採用するか否かで二分することができるが，EMaT では比較的難易度の高い置換を用いた扱いを要求していない点は注目に値する．

例題 3.2 (2014)
次の行列の逆行列を求めよ．

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3×3 行列の逆行列を求める問題である．3×6 行列 $[A|E]$（E は単位行列）に行基本変形を施し，$[E|A^{-1}]$ へ変形することで求めることができる．

例題 3.3 (2011)

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ b & 1 & -1 \\ c & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

上の行列 A の固有値が $1, 2, 3$ であるとき，次の問いに答えよ．

(a) (a, b, c) を求めよ．

(b) A の固有値 2 に属する固有ベクトル $\boldsymbol{x}$ を求めよ．

(c) $(A^2 - 3A)\boldsymbol{x} = d\boldsymbol{x}$ となるような実数 d を求めよ．

3×3 行列の固有値・固有ベクトルに関する問題である．(a) は，与えられた行列に対して固有値を求めるのではなく，固有値が与えられて行列の成分を求める形式になっている．(c) では，$A^2\boldsymbol{x} = 2^2\boldsymbol{x}$ などの変形が必要になるので，固有値・固有ベクトルを求める技術だけでなく，固有ベクトルの性質を用いた式変形に慣れているかが問われている．

例題 3.4 (2010)
次の 3 つのベクトルに関する問いに答えよ．

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} k \\ k \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} k+6 \\ k+6 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} 9 \\ k^2 \\ 2k+9 \end{bmatrix} \tag{2}$$

(a) $\boldsymbol{u}$ が $\boldsymbol{v}$ にも $\boldsymbol{w}$ にも平行となるときの k を求めよ．

(b) $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}$ が線形従属となるときの k を求めよ．

(c) 行列 $[\boldsymbol{u}\ \boldsymbol{v}\ \boldsymbol{w}]$ のランクを求めよ．

ベクトルの幾何学的な関係，線形独立性，行列のランクなどの関係に関する総合的な問題である．(c) は「行列 $[\boldsymbol{u}\ \boldsymbol{v}\ \boldsymbol{w}]$ のランクは，$\{\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}\}$ のうち線形独立なベクトルの数に等しい」という知識を必要とする．

例題 3.5 (2012)
次の連立方程式に関する問いに答えよ．

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & 2z & = & -1 \\ 2x & + & y & + & 2z & = & 3 \\ x & + & 5y & + & az & = & b \end{array} \right. \tag{3}$$

(a) 方程式 (3) と同じ係数をもつ方程式

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & 2z & = & 0 \\ 2x & + & y & + & 2z & = & 0 \\ x & + & 5y & + & az & = & 0 \end{array} \right. \tag{4}$$

の解が $x = y = z = 0$ のただ 1 つであるのは，$a \neq \boxed{\text{ア}}$ のときである．

(b) $a = \boxed{ア}$ のとき，方程式 (3) の係数行列のランクを求めよ．

(c) $a \neq \boxed{ア}$ のとき，方程式 (3) が解をもつのは $b = \boxed{イ}$ のときである．

3 元連立方程式の行列を用いた解法に関する標準的な問題である．

ここまで，微分積分（第 2 節）と線形代数（第 3 節）について見てきた．例えば，秋田県立大学システム科学技術学部における授業を見たとき，微分積分学は「解析学 Ia」（1 年前期）および「解析学数 II」（1 年後期）で学ばれ，線形代数は「線形代数学」（1 年前期）で学ばれる．「解析学 Ia」「解析学 II」における指定教科書（例えば [5]）を見たとき，それらは十分に EMaT の出題単元・レベルをカバーしていると言える．しかし,「線形代数学」において用いられている指定教科書 [6] では，EMaT 出題単元・レベルを十分にカバーしていない．したがって，EMaT をグローバル・スタンダードと捉えた場合，秋田県立大学における微分積分と線形代数の授業はバランスが取れてないことがわかる．

4　常微分方程式

表 3: 微分方程式の出題単元．斉次 2 階は斉次 2 階線形微分方程式，非斉次 2 階は非斉次 2 階線形微分方程式，連立は連立微分方程式，導出は微分方程式の導出を意味する．

年度	第 1 問	第 2 問	第 3 問	第 4 問	第 5 問	第 6 問
2007	変数分離	斉次 2 階	導出	非斉次 2 階	斉次 2 階	連立
2008	変数分離	非斉次 1 階線形	斉次 2 階	斉次 2 階	—	—
2009	変数分離	斉次 2 階	非斉次 2 階	変数分離	—	—
2010	同次型	同次型	非斉次 2 階	導出	—	—
2011	同次型	変数分離	斉次 2 階	非斉次 2 階	—	—
2012	非斉次 1 階線形	同次型	非線形 1 階	斉次 2 階	非斉次 2 階	—
2013	同次型	変数分離	斉次 2 階	非斉次 2 階	—	—
2014	変数分離	変数分離	斉次 2 階	連立	非斉次 2 階	
2015	変数分離	変数分離	斉次 2 階	斉次 2 階	変数分離	—
2016	全微分型	変数分離	非斉次 2 階	連立	導出	—
2017	変数分離	同次型	導出	斉次 2 階	非斉次 2 階	—
2018	変数分離	同次型	非斉次 2 階	非斉次 2 階	—	—
2019	変数分離	定数変化法	非斉次 2 階	非斉次 2 階	—	—
2020	非斉次 1 階線形	変数分離	非斉次 2 階	斉次 2 階	連立	—

常微分方程式における過去 14 年分の出題単元をまとめたのが表 3 である．

例年，大問が 5~6 題出題される．ほぼ毎年出題されるのが，変数分離型，斉次および非斉次定数係数線形 2 階微分方程式である．次いで多いのが，同次型，微分方程式の導出，連立線形微分方程式である．

例題 4.1 (2015×2，2010，2014，2007)

(a) $y' = y^{-2}$, $y(0) = -2$ を解け．

(b) $v' = -kv - g$, $v(0) = v_0$ を解け．

(c) $y' = x^{-2}(x-y)y,\ y(1) = 1$ を解け．

(d) $y'(x) = y + 3z,\ z'(x) = 2y,\ y(0) = 2,\ z(0) = 1$ を解け．

(e) 中心が x 軸上にある円が満たす微分方程式を求めよ．

(a) のような変数分離型 $y' = f(x)g(y)$ は誘導無しで毎年出題される．(b) は非斉次定数係数線形 1 階微分方程式 $y' + ay = f(x)$ であるが，これも誘導無しで出題されている．(c) は同次型 $y' = f(y/x)$ であるが，同次型は「$z = y/x$ と置いて，z に関する微分方程式を導出せよ」といったかたちの誘導付きで出題される．(d) は定数係数線形連立微分方程式である．同様な問題は何度も出題されているが，何れも行列の対角化を使って解くような高度な解法は要求されず，1 つの従属変数を消去して 2 階微分方程式にしてから解くように誘導される．(e) のように，平面上の曲線の特徴からその曲線群が満たす微分方程式を導く問題が数年おきに出題される．

例題 4.2 (2009)
微分方程式 $y'' + 2y' + by = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$ について次の問いに答えよ．

(a) $b = 2$ のとき，解を求めよ．

(b) $b = \boxed{ア}$ のとき，$y = xe^{-x}$ である．

(c) $b = \boxed{イ}$ のとき，$\lim_{x\to\infty} y(x) = \frac{1}{2}$ である．

このような斉次定数係数線形 2 階微分方程式 $y'' + ay' + by = 0$ は毎年必ず出題される．特性方程式 $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$ が重根を持つ場合も誘導なしで出題される．

例題 4.3 (2009)
微分方程式 $y'' + p^2 y = 2\cos 3x\ (p > 0) \cdots (*)$ に関して次の問いに答えよ．

(a) $y'' + p^2 y = 0$ の一般解を求めよ．

(b) $p \neq 3$ のとき，$(*)$ の一般解を求めよ．

(c) $p = 3$ のとき，$(*)$ の一般解を求めよ．

このような非斉次定数係数線形 2 階微分方程式 $y'' + ay' + by = f(x)$ も毎年出題される．微分方程式 $(*)$ は，摩擦のない場合の強制振動という物理現象を扱っているが，$p = 3$ か否かは共鳴が起こるか否かの場合分けである．実際には，(b)(c) に誘導が付いているが，誘導無しでも解けるようにしておくのが望ましい．

常微分方程式の出題単元は非常に限られている．しかも，変数分離型，斉次および非斉次定数係数線形 2 階微分方程式は誘導無しで出題されるが，残りの殆どは誘導付きで出題されるので，解法や公式を覚えていなければ解けない問題は少ない．そういう意味で，EMaT における 4 科目の中で微分方程式は最も対策の立てやすい科目と言えるかも知れない．例えば，応用数学の代表的な 4 科目（常微分方程式・ベクトル解析・複素関数・フーリエ解析）を含んだ標準的な教科書 [7] を用いた学習で十分である．

しかし，常微分方程式はあらゆる自然科学の基礎になる分野であるにも関わらず，現在高校では教えられておらず，教育が手薄になることもある．したがって，EMaT を基準として教育目標を立てるのは優れた方法と言える．

5 確率統計

確率統計における過去 14 年分の出題単元をまとめたのが表 4 である．

近年は大問が 4~5 題出題されている．ほぼ毎年出題されるのが，確率分布表が与えられ

た確率変数の平均や分散を計算する問題，確率の加法定理や乗法定理に関する問題，離散型および連続型確率分布に関する問題，分布関数に関する問題である．また，母数の区間推定と検定のどちらかが毎年出題される．

表 4: 確率統計の出題単元．

年度	第 1 問	第 2 問	第 3 問	第 4 問	第 5 問	第 6 問	第 7 問
2007	離散型	条件付き確率	連続型	母数の検定	—	—	—
2008	分布表	分布関数	多次元	連続型	点推定	区間推定	—
2009	分布表	多次元	条件付き確率	母数の検定	—	—	—
2010	分布表	条件付き確率	分布関数	連続型	連続型	離散型	区間推定
2011	分布表	条件付き確率	連続型	分布関数	母数の検定	—	—
2012	分布表	条件付き確率	離散型	分布関数	母数の検定	—	—
2013	離散型	条件付き確率	離散型	分布関数	区間推定	—	—
2014	分布表	条件付き確率	連続型	母数の検定	—	—	—
2015	分布表	条件付き確率	連続型	離散型	区間推定	—	—
2016	分布表	分布関数	連続型	母数の検定	—	—	—
2017	分布表	条件付き確率	離散型	連続型	区間推定	—	—
2018	分布表	分布関数	連続型	母数の検定	—	—	—
2019	分布表	分布関数	離散型	区間推定	—	—	—
2020	分布表	離散型	連続型	区間推定	—	—	—

例題 5.1 (2011)

(a) $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$ である．$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ のとき，A と B は独立か否か答えよ．また，$P(A \cup B)$ を求めよ．

(b) さらに，$P(A|B) = \frac{1}{3}$ のとき，A と B は独立か否か答えよ．また，$P(B|A)$ を求めよ．

これは確率の乗法定理 $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$，加法定理 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$，および，確率変数の独立性 $P(A) = P(A|B)$ に関する問題である．

例題 5.2 (2012，2012，2008，2012)

(a) 独立な確率変数 X, Y の確率分布が表 5 で与えられるとき，$E[X], V[X], E[X-Y], V[X-Y]$ を求めよ．

(b) 数直線上にコマをおき，硬貨を投げて表が出たら正の方向に 1 だけコマを動かし，裏が出たら動かさないものとする．最初にコマを原点におき，硬貨を 3 回投げた後のコマの座標を X とする．このとき，$E[X]$, $D[X]$（標準偏差）を求めよ．

(c) 確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = \begin{cases} 1-|x| & (x<1) \\ 0 & (x \geq 1) \end{cases}$ で与えられるとき，$E[X], V[X]$ を求めよ．

(d) 確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = \begin{cases} 0 & (x<0) \\ \frac{1}{2}e^{-x/2} & (x \geq 0) \end{cases}$ で与えられるとき，分布関数 $F(x) = P(X \leq x)$ を求めよ．

(a) は，確率分布表が与えられて，平均，分散，標準偏差を求める頻出の問題である．定義だけでなく，平均や分散に関する基本的性質 $E[aX+bY+c] = aE[X]+bE[Y]+c$, $V[aX+bY+c] = a^2V[X]+b^2V[Y]$（後者は X, Y が独立のときのみ成立）がセットで問われる．(b) は二項分布に関する出題である．離散的確率分布に関する問題では，このように二項分布やポアソン分布などよく知られた確率分布がそのまま出題されることもある．したがって，これらの分布に関しては平均や分散の公式を覚えておく必要がある．(c)(d) は連続型確率変数に関して確率密度関数が与えられ，平均，分散，分布関数を求める問題である．分布関数も毎年出題されるので習熟しておく必要がある．

表 5: X, Y の確率分布表．

X, Y の値	2	3	4
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

例題 5.3 (2013，2009)

(a) A 大学の学生 100 人を無作為に選び，1 日にテレビを視聴する時間を尋ねたところ，その結果は平均 156 分で，標準偏差は 75 分であった．A 大学の学生全体のテレビ平均視聴時間を μ 分，標準偏差を σ 分とする．このとき μ に対する信頼度 95% の信頼区間を求めよ．

(b) 同じ親魚から同時に生まれた多くの稚魚を 1 年間非常に大きな池で同じ条件で育てた．1 年後に稚魚を無作為に $n = 100$ 匹捕獲したところ，体長の標本平均は $\bar{x} = 93.0$ であった．過去の経験から，同じ親魚から同時に生まれた稚魚の 1 年後の体長は母平均 μ, 母分散 σ^2 の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従っているとする．昨年までの母平均は 95 に等しい．一方，母分散は変化がなく $\sigma^2 = 12^2$ であるとわかっている．このとき，今年の母平均の変化を調べるために母平均 μ に対する両側検定を有意水準 10% で行え．

毎年，母数の区間推定か母数の検定のどちらかが必ず出題される．誘導が着いており，正規分布か t 分布を用いる基本的なものが多いので対策は立てやすい．

6　結び

本稿では，EMaT の過去の出題傾向を分析し典型的な過去問を見ることで，どのような対策を講じればよいかを見た．

このような分析をすることは EMaT のポリシーに反すると言う読者がいるかも知れない．EMaT を運営する渡邉氏の論文 [8] には「各大学において，EMaT のために特別な強化策や模擬試験などを実施するのではなく，むしろ通常の授業の効果測定と考えるべきである.」という記述がある．つまり，EMaT に対策を講じるなどしてそれ自体が目的化することは避けるべきと明言されている．

しかし，冒頭でも述べたように，本稿の目的はテスト対策をすることではなかったことを強調しておきたい．本稿の目的は，EMaT の問題を精査することで工業数学のグローバル・スタンダードを知り，マンパワーが不足する小・中規模大学が数学の授業の質を高める方法を提案することであった．

筆者の所属大学でも，物理・機械・情報・経営など様々なバックグラウンドを持つ教員が手分けして教養数学の授業を担当している．また，学科によって数学・物理学などの基礎科目に対する考え方も様々である．そのような環境においては，基礎科目に関する教育改

革を目指すとき，共通の問題意識や改革のビジョンを持つことが困難を伴うことがある．

しかし，EMaTが提示するような客観的な調査に基づく信頼できるグローバル・スタンダードを共有することによって，そのような困難を克服できる可能性が高まる．

謝辞

毎年EMaTの実施および対策講座に協力して下さる秋田県立大学教務チームの皆様にこの場を借りてお礼申し上げます．また，EMaTの導入に関して様々なご意見・アドバイスを下さり，受講生に対して演習講座を開催して下さった元高校数学教諭・宮崎悟先生に感謝致します．また，講座を受講し有益なフィードバックを下さった「数学・物理駆けこみ寺」のピア・チューターの皆様に感謝致します．

註

[1] EMaTは広島大学および山口大学によって始められ，文部科学省のプロジェクト[2]として採択されるなどしながら，関係大学の教職員によって運営されている．将来的には受験料が有料化される可能性もある．

[2] 筆者の理解している限り，外積の知識は必ずしも要求されない．

参考文献

[1] 渡邉敏正（2007）.「工学系数学統一試験について」，工学教育55，4，64-69

[2] 山口大学特色GP「工学系数学基礎学力の評価と保証 — グローバルスタンダードをめざして —」
http://ds.cc.yamaguchi-u.ac.jp/~mathexam/gp112.html

[3] 阿部高士，宮崎悟，宮本雲平（2018）.「ピアチューター制度を活用した数学・物理の学修支援：秋田県立大学システム科学技術学部「数学・物理駆けこみ寺」の取組」,『秋田県立大学総合科学研究彙報』，19号，53–63

[4] EMaT（工学系数学統一試験）
http://www.aemat.jp/exam/

[5] 上野健爾（監），工学系数学教材研究会（編）（2015）.「工学系数学テキストシリーズ微分積分」森北出版

[6] 石村園子（2000）.「やさしく学べる線形代数」共立出版

[7] 上野健爾（監），工学系数学教材研究会（編）（2015）.「工学系数学テキストシリーズ応用数学」森北出版

[8] 渡邉敏正，高藤大介（2009）.「EMaT工学系数学統一試験の現状報告」，工学教育57，1，78-83